

機械工学の基礎解説

保護管の強度計算を理解するために

目次

1. はじめに	-----	2 page
2. 強度計算のための基礎知識	-----	2 page
3. 材料力学	-----	2 page
4. 流体力学	-----	3 page
5. 機械力学	-----	6 page
6. 熱力学	-----	8 page
【参考文献】	-----	9 page
【参考資料】	-----	9 page
【計算例】	-----	11 page

株式会社岡崎製作所

東京技術部

作成日：2014.10.28

改定： 4

1. はじめに

温度計保護管の強度計算を理解するためには、機械工学系のような基礎知識を必要とします。強度計算の解説を読む前に、以下に記す基礎知識を知ることによって一層の理解が深まります。既に機械工学系の知識を持っている方は復習とお読み下さい。

2. 強度計算のための基礎知識

必要とする分野は以下のようなものです。

- (1) 材料力学：材料に生ずる応力に関する知識
- (2) 流体力学：流体によって受ける力や、発生する渦流に関する知識
- (3) 機械力学：固有振動数と共振にかかわる知識
- (4) 熱力学：ガスの場合の密度を求めるための知識

3. 材料力学

基本的には材料の破壊にかかわる力学で、静的破壊の他、疲労破壊、クリーブ破壊および脆性破壊がある。これらは材料に加わる荷重と発生する応力を評価する方法とも言える。裏返して言えば、材料の持つ強度の評価である。

(1) 荷重

機械および構造物は変形する固体から成り立っている。固体の表面に外部から作用して、それを変形させる力学作用を荷重 (load) といい、荷重を作用させることを負荷するという。荷重は大きさと向きを持った力であり、SI 単位ではN (ニュートン)。質量に重力の加速度を掛け合わせたものが重量になり、同様の単位になる。 γ (重量) = ρ (密度) \cdot g (重力の加速度) 荷重の分類法は色々あるが、基本的に表-1 に分類できる。

表-1 速度による荷重の分類

静荷重 (static load)		静止する荷重
動荷重 (dynamic load)	繰り返し荷重 (repeated load)	大きさが繰り返して周期的に変動
	交番荷重 (alternate load)	大きさと向きも周期的に変動
	ランダム荷重 (random load)	大きさがランダムに変動
	衝撃荷重 (impact load)	急激に作用

その他の分類法として、荷重の分布様式による分類 (等分布荷重、不等分布荷重、集中荷重) および作用による分類 (垂直荷重、せん断荷重、引っ張り荷重、圧縮荷重等) がある。

(2) 応力

物体に力が作用すると変形し、この変形に抵抗して物体内部に力を生じる、この力を内力 (internal force) という。物体を仮想断面で切り取れば、仮想面上の内力は外力とつり合っており、単位面積あたりの内力を応力 (stress) という。応力を仮想面上に垂直な方向と平行な方向に分解して垂直な成分を圧縮応力 (normal stress) σ 、平行な成分をせん断応力 (shearing stress) τ といい、仮想面を引っ張る [圧縮する] 時の垂直応力を引っ張り応力 (tensile stress) [圧縮応力

(compressive stress)] と呼ぶ。応力は圧力と同様の単位になるが、圧力は物体の表面に均等にかかる荷重の単位面積あたりの値としたもので、圧力に受圧面積を掛けたものが荷重となる。この荷重により材料内部に発生するのが応力である。SI 単位系では N/mm^2 または Pa (パスカル) で表される。

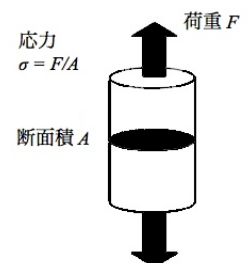


図-1 応力の定義

(3) はり

棒が外力により曲げ作用を受ける場合、これをはり (beam) という。このはりに曲げ作用を及ぼす外力としてははりに垂直や傾斜を持った荷重 W 、長さ方向に分布した荷重 w 、および曲げモーメント M などがある。図-1のような場合、荷重 $W1$ や分布荷重 $w1$ は下向きを正とし、反力 R などは上向きを正とする。この場合、はりのある断面 mn にはその断面の左側または右側に作用する荷重や反力の総和に等しい力 F とそれらによる偶力 M が作用するが、この力 F をせん断力 (shearing force)、偶力 M を曲げモーメント (bending moment) という。

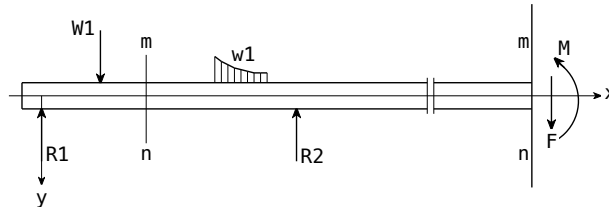
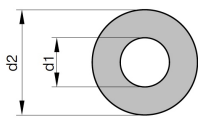


図-2 はりに加わる荷重

はりに生ずる応力は、荷重に比例するが、はりの断面形状により大きく異なる。基本的にはりに生ずる応力 $\sigma = M/Z$ で表される。ここで、 Z を断面係数という。断面係数は各種便覧等に求め方が掲載されている。また、はりの断面形状によって決まる、断面二次モーメント I も重要な要素であり、各種計算に使用される。保護管の計算で最も多く使用されるパイプ状断面の断面二次モーメントと断面係数を表-2 に示す。

表-2 パイプ断面

断面形状	断面二次モーメント I	断面係数 Z
	$\frac{\pi}{64} (d_2^4 - d_1^4)$	$\frac{\pi}{32} \frac{d_2^4 - d_1^4}{d_2}$

(4) 曲げモーメント

一般にはりは支持される方法により、荷重を受け発生する応力は異なる。保護管等の支持は片端固定で他端は自由である。この様な場合荷重を受けることによって発生する曲げモーメントの最大値は根本 (固定部分) に発生する。曲げモーメントは荷重が一点集中荷重と仮定すると、 $M = F \times L$ で表され、ここで L はモーメントアームといい、荷重の集中した点から固定点までの距離である。このはりを片持ちはりと呼ぶ。

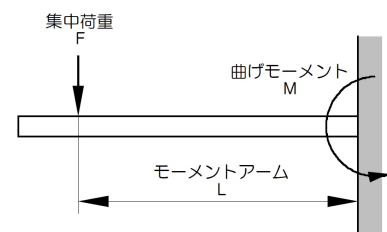


図-3 片持ちはり

4. 流体力学

元々は水力学から発展した学問分野で、近世になって航空技術の発展とともに空気力学系が更なる発展を遂げた。物体は固体、液体および気体の三つの形態を取る。その中で液体と気体のように、形を容易に変えるものを通常は流体 (Fluid) と呼ぶ。但し、気体の密度は圧力や温度の変化とともに0 近くまで変化するようにモデル化されるが、液体の密度はほとんど変わらない。

通常工業的に扱う流体の基本的な性質は粘性と圧縮性であるが、音速を超える領域以外では圧縮性の影響は少ない。従って、粘性の影響が最も大きくなる。

(1) 流体の性質

流体の性質を表すときにレイノルズ (Re) 数がよく取り上げられる。ある物体を対象としたときに、その周囲を流れるときの状態を表すための無次元量で、動粘度 (ν)、代表寸法 (D) および流体の速度 (q) で表現される。

$$Re = \frac{q \cdot D}{\nu} \text{ ----- (1)}$$

また、流体の物性を表すものに、密度 (ρ)、比体積 (v) および比重がある。物質の単位体積あたりの質量を密度 (density)、単位質量あたりの体積を比体積 (specific volume) といい、それぞれ互いに逆関数の関係にある。水の密度に対する他の物質の密度の比を比重 (specific gravity) という。

その他に、前述の Re 数を求める際に必要となった、流体の粘性を表す粘度 (μ) と動粘度 (ν) がある。流体に速度勾配があつて流れているとき、流れに平行な面に沿ってせん断力 τ が作用する。流体の持つこの性質を粘性という。通常流体は配管中を流れることが多い。その場合、管壁近くでの流速は大きな速度勾配を持つ。従つて、そこに生じるせん断力が配管の抵抗となるわけである。また、温度計の保護管のように流体中に固定されて置かれた円柱は、その近傍に大きな速度勾配を生じさせる。その結果流体の粘性により保護管に荷重がかかる。これを抗力とよんでいる。従つて、前述の Re 数は同一の流体であっても、配管の抵抗を考慮する場合は D =配管内径であり、保護管の抗力を求める場合は、 D =保護管外径として算出するため異なる値になる。

(2) 流体中の物体に働く力

流体中の三次元物体には一般に揚力、抗力、横力、ローリングモーメント、ヨーイングモーメントおよびピッチングモーメントが作用する。ここで、保護管の場合には一端支持の円柱に限定されるため、前者の3つの力のうち二つを考えれば良く、モーメントは無視できる。それぞれの力は流体の密度と速度に比例する計算式で与えられる。ここで、

$$F = C_x \frac{\rho}{2} V^2 A \text{ ----- (2)}$$

F : 揚力または抗力 (N)

V : 流体の速度 (m/s)

A : 保護管の投影面積 (m²)

C_x : 揚力 (C_L) または抗力 (C_D) 係数

ρ : 流体密度 (kg/m³)

この各係数は、世界中の様々な研究者により研究されている。さらに保護管 (流体中の丸棒) の場合、上述の力の他、カルマン渦による変動揚力や変動抗力が生ずることが研究から明らかになっている。以下に、考慮すべき抗力と変動揚力の考え方を述べる。

1) 抗力

流れに垂直におかれた円柱の抗力係数 C_D は Re 数に対し図-3 のように変化する。高粘度流体では粘度が大きいため、 Re 数が極めて小さくなり、抗力係数 C_D が大きくなる。そのため、攪拌機等において高粘度流体の温度を測定する際は、保護管の曲がりには注意が必要である。低い Re 数範囲では各種近似式が成り立つ。 $Re = 2 \times 10^4 \sim 2 \times 10^5$ では $C_D = 1.2$ でほぼ一定である。強度計算において、正確な粘度を知る事は極めて重要である。

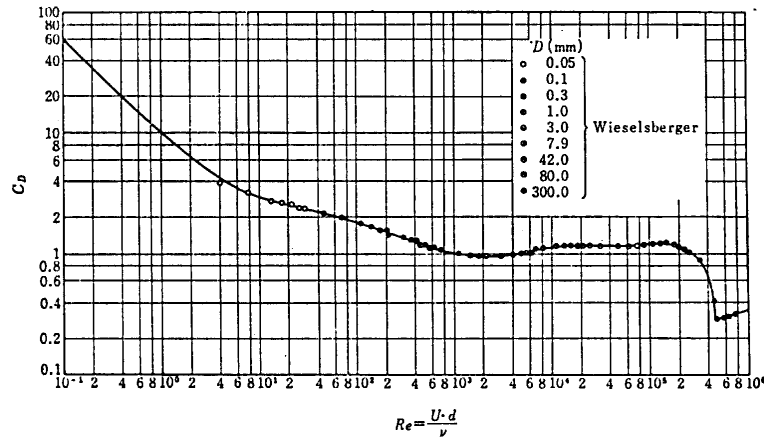


図-4 Re数と抗力係数 C_D

2) カルマン渦 (変動揚力)

流れにおかれた円柱の後流側には交互に渦が発生する。これをカルマンの渦列といい、その渦数は流体速度 V とストローハル (St) 数と円柱の外径 D によって決まる。 Re 数と St 数の関係は図-5 で表される。ここで、カルマン渦数 f_s は式 (3) 表される。一般的にこのカルマン渦が保護管に強制振動を与えるとされているため、強制振動数ともいわれる。

$$f_s = \frac{St \cdot V}{D} \text{ ----- (3)}$$

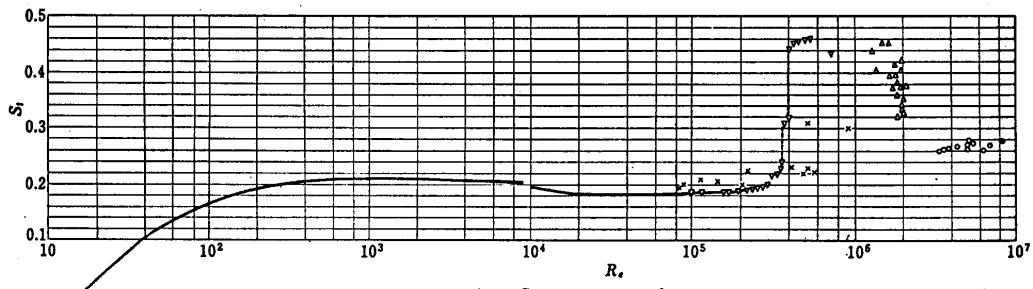


図-5 Re数と St 数

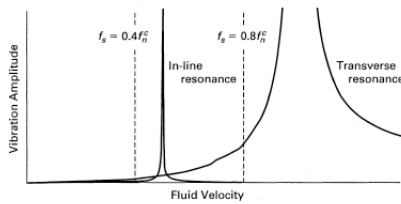
3) 対称渦 (変動抗力)

1995年に発生した「高速増殖炉もんじゅ」の事故以来、話題になった対称渦について簡単に触れたい。詳細は別の書類にまとめるが、その発生原因は二通りあるようである。

まず一つは、円柱の交流にできる渦は交互に発生している間、渦の放出振動数 f_s と同一の変動揚力とその2倍の振動数に等しい変動抗力が働く。変動揚力は左右の渦一つずつに対し1回発生するが、変動抗力是一个の渦に対し1回発生するからである。従って、円柱が剛体でない場合はその固有振動数 fn と f_s が一致すると共振現象を生じ変動揚力は極大値となる。 $2f_s$ と一致すると、変動抗力方向の振幅が極大となる。

もう一つは、無次元振動数 (換算流速) $Vr = V/(fn \cdot D)$ が1.25 ~ 2.5 近傍で自励振動的 (流体-構造連成振動的) な対称渦が発生する現象である。この現象は流れの中にある円柱の先端部の動きがある程度以上大きくなったときに生じ、機械的な円柱の動きと流れによる影響で相互渦が対称渦に転ずる。これらの現象は、当社が異なった2箇所 (機関) において、液体を用いた流体実験を行った結果、 $Vr = 2$ 近傍での抗力方向の共振が確認されている。これらの計算手法はJSME S012に詳細に記載されている。しかしながら、この $Vr = 2$ 近傍での抗力方向における共振現象を、ASME PTC 19.3 TW-2010 においては計算時に考慮していないため、注意が必要である。

Fig. 6-8.1-2 Schematic Showing the Amplitude Response of a Thermowell Subjected to Fluid-Induced Forces as Solid Lines, for In-Line and Transverse Excitation Modes



GENERAL NOTE: The frequency limits discussed in paras. 6-8.2 to 6-8.4 are shown as dotted lines. The figure ignores lock-in effects, which can shift the locations of the resonances, as shown in Fig. 6-8.1-1.

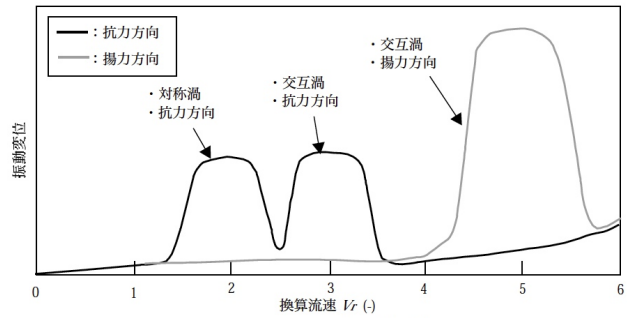


図-6 円柱の振動形態 (ASME TW-2010及びJSME S012)

5. 機械力学 (機械振動学)

機械工学で振動学の知識が応用されるのは、問題の機械系をいくつかのばねと集中質量、あるいはいくつかのばねと支持された剛体と見なして、その系の固有振動数を計算するという場合が大部分である。一般的な1自由度振動には自由振動と強制振動があり、それぞれに減衰の作用しない場合と、減衰が作用する場合の振動がある。

(1) 自由振動

1) 無減衰自由振動 (単振動)

外部から力が作用しない時の振動を自由振動といい、 $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$ で表される。変位 x は時間 t とともに正弦的に変化する。この様な振動を単振動という。 A : 振幅、 ω : 固有角振動数、 φ : 初期位相で、振動数 f 、周期 T および角振動数 ω の間には $f = 1/T = \omega / (2\pi)$ の関係がある。この様に減衰のない時の振動数を系の固有振動数 (Natural frequency) と呼ぶ。

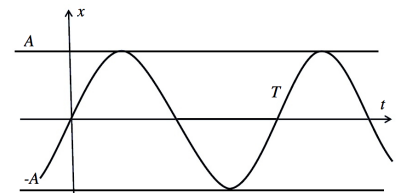


図-7 単振動

2) 粘性減衰が作用する自由振動

実際にはすべての振動系には何らかの粘性減衰が作用し、減衰係数比 ζ の大きさにより振動の様子に変化する。 $\zeta \geq 1$ の場合は無周期運動となり、 $\zeta < 1$ の場合は振幅が時間とともに減少する運動、すなわち減衰振動となる。この場合の振動が下式で表される。

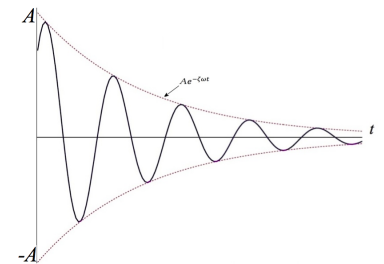


図-8 減衰振動

$$x = e^{-\zeta\omega t} \left(x_0 \cos \omega t + \frac{\zeta\omega x_0 + v_0}{\omega} \sin \omega t \right) \text{ ----- (4)}$$

(2) 強制振動

1) 無減衰強制振動

振動体が外部から作用する周期的外力によって行う定常振動を強制振動という。減衰の作用しない強制振動方程式の解は自由振動解と強制振動解の重ね合わせとなり、外力の振動数と固有振動数が一致すると振幅は時間とともに大きくなる。

2) 粘性減衰が作用する強制振動

粘性減衰が作用する強制振動は自由振動解と強制振動解の重ね合わせとなるが、自由振動解は時間とともに減衰し、強制振動解だけが残る。従って、振動体の運動は周期的外力と

同じ振動数を持ち位相がずれただけの単振動である。その振幅は静的変位の倍数として次式で表される。

$$F_M = \frac{X}{X_0} = \frac{1}{\sqrt{(1 - f_k^2)^2 + (2\zeta f_k)^2}} \text{ ----- (5)}$$

ここで、 f_k は振動数の比で $f_k=f_s/f_n$ で表される。この式中で両者の振動数が一致した値で F_M は最大値を示す。この状態を共振状態と呼ぶ。

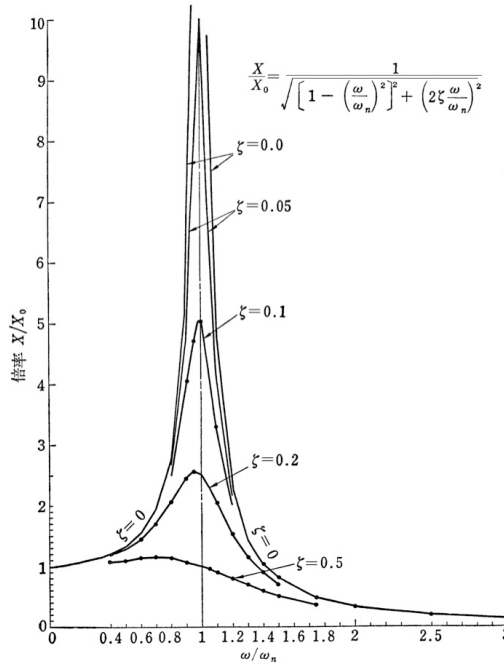


図-9 振幅倍率曲線

(3) 固有振動数

温度計の保護管を対象とする場合、その保持方法と形態から、「片持ちはり」という分類になる。材料力学の項の図-2 に示した形状である。

このときの固有振動数は下式で表される。(ここで使用する単位は、強度計算の解説で使用するものと同一とする) この固有振動数は一様断面はりの横振動数で、振動のモードにより、1次、2次および3次までの振動数係数 λ が機械工学便覧等に掲載されている。式(6)中の 10^{12} は縦弾性係数(N/mm²)と材料密度(kg/m³)の単位を合わせるための乗数である。

$$f_n = \frac{\lambda^2}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{E \cdot I}{w \cdot A_s}} \cdot 10^{12} \text{ ----- (6)}$$

6. 熱力学

ここで扱う熱力学は、本来の分野のかなり狭い部分のみである。どちらかという物理に近い分野といえる。一般にプロセス流体を扱う場合、その対象となるものは液体、蒸気あるいは気体（ガス）である。これらの物質の状態はその種類と温度、圧力によって変化するのが常である。流体の性質を知るためには、温度、圧力、流速、粘度、密度等が重要な要素となる。液体の場合は圧力の変化で密度は大きく変化しないが、気体や蒸気は圧力、温度によってその性質は大きく変化する。

(1) ガスの性質

以降に述べる Boyle- シャール（シャルル）の法則に厳密に従うガスを完全ガス（Perfect Gas）あるいは理想気体（Ideal Gas）と称する。この2法則はガスの分子が容積を有せず、かつまた分子間に引力が働かないと仮定した場合に成り立つ。ところが実在ガスでは分子が容積を有し、また分子間に引力が存在している。従って完全ガスは正確には理想的ガスにすぎない。しかし、空気、水素、酸素、窒素およびヘリウムなどは普通の状態において完全ガスと見なしても実用上差し支えない。これに対して水、アンモニア、炭酸ガスおよび亜硫酸ガスなどの蒸気は、普通の状態では完全ガスとして取り扱えないが、これらにおいても過熱の度が高まるにつれて次第に完全ガスの性質に近づくのである

1) Boyle- シャールの法則（Boyle and Charles' law : Combined gas law）

気体の状態方程式は絶対圧力を P (Pa)、比体積を v (m^3/kg)、密度を ρ (kg/m^3)、絶対温度 T (K)、気体定数（gas constant）を R とすれば、 $Pv = RT$ あるいは $\rho = P/(RT)$ で表される

2) アボガドロの法則

一般気体定数(universal gas constant) \mathcal{R} はアボガドロの法則に導かれて、すべての気体に対して同一となる。すなわち分子量を M とすれば $\mathcal{R} = MR = 8314.8 \text{ J}/(\text{kmol} \cdot \text{K})$ で表される。

3) 完全ガスの密度計算

1) と 2) の関係から、完全ガスのモル数 (kg/kmol) が判るとガスの密度が計算できる。

$R = 8314.8/M$ であるから

$$\rho = P/(8314.8/M \times T) \text{ kg}/\text{m}^3$$

ここで、 P (Pa)、 M (kg/kmol)、 T (K) の単位系である。

(2) 蒸気の性質

蒸気（水蒸気）は前項で述べたように、一般の完全ガスと同等には扱えず、日本機械学会 (JSME) 発行の蒸気表を用いて、各温度・圧力における密度と粘度を求める。蒸気の密度をモル数 (H_2O とすれば 18) で与えると、完全ガスと見なして計算する事になるため、注意が必要である。蒸気表を読む際の注意は、表に記載の圧力は絶対圧力で表記され、Pa ($=1.01972 \times 10^{-5} \text{ kg}/\text{cm}^2$) 表記とすることである。温度、圧力ともに高い場合には過熱蒸気となり、完全ガスに近づく。JSMEの蒸気表の付録CDにあるプログラムで、温度・圧力を入力すれば、密度・粘度は自動計算できる。

(3) 粘度と動粘度

粘性(viscosity)はせん断、あるいは角変形に対する流体の抵抗であり、流れの速さの違いをならして一様にしようとする流体の性質をいう。粘性の程度（大きさ）を表すのが粘度で、粘性係数、粘性率と呼ぶこともある。動粘度(kinematic viscosity)と区別するために絶対粘度とも呼ばれる。粘度は記号として μ 又は η が用いられ、SI単位は $\text{Pa} \cdot \text{s}$ (パスカル秒) である。CGS単位系では P (ポアズ) が用いられた。動粘度は記号として ν が用いられ、粘度 μ との関係は流体密度を ρ とすると、 $\nu = \mu/\rho$ で表される。SI単位は m^2/s で表され、ストークス (St) という単位を用いることもある。

【参考文献】

1. 機械工学便覧：A4 材料力学 日本機械学会編
2. 機械工学便覧：A5 流体工学 日本機械学会編
3. 演習 水力学 著者：国清行夫、木元知夫、長尾健 発行：森北出版
4. 日本機械学会基準 配管内円柱状構造物の流力振動評価指針 JSME S 012-1998 日本機械学会
5. 機械振動学通論 著者：入江敏博 発行：朝倉書店
6. 機械工学便覧：A3 力学 機械力学 日本機械学会編
7. 応用熱力学 著者：小野栄一郎 校閲：菅原菅雄 発行：産業図書株式会社出版

【参考資料】

以下に参考資料として、各種単位の換算表を掲げる。基本的に SI 単位系を主としているが、海外 JOB でフート・ポンド系単位もあるため、それらも入れた。末尾に、工学系で使用されるギリシャ文字の解説を付した。

1. 長さの単位

m	km	in	ft
1	0.001	39.37	3.28084
1000	1	39370	3280.84
0.0254	0.0000254	1	0.083332
0.3048	0.0003048	12	1

2. 密度の単位

kg/m ³	g/cm ³	lb/in ³	lb/ft ³	t(英)/yd ³	lb/gal(英)	lb/gal(米)
1	10 ⁻³	3.613×10 ⁻⁵	0.06243	7.52×10 ⁻⁴	0.01002	8.345×10 ⁻³
10 ³	1	0.03613	62.43	0.752	10.02	8.345
27680	27.68	1	1728	20.83	277.4	231
16.0185	0.01602	0.0005787	1	0.01205	0.1605	0.1337
1329	1.329	0.04801	82.96	1	13.32	11.09
98.8	0.0998	0.003605	6.229	0.07508	1	0.8327
119.8	0.1198	0.004329	7.481	0.09017	1.201	1

3. 圧力・応力の単位

MPa N/mm ²	Pa N/m ²	Mdyn/cm ² bar	kgf/cm ² at	lbf/in ² psi	atm	mmHg Torr	mAq
1	1×10 ⁶	10	10.197	145.04	9.869	7500.62	101.97
1×10 ⁻⁶	1	1×10 ⁻⁵	1.0197×10 ⁻⁵	1.4504×10 ⁻⁴	9.8693×10 ⁻⁶	7.50062×10 ⁻³	1.0197×10 ⁻⁴
0.1	100000	1	1.0197	14.504	0.9869	750.062	10.197
9.80665×10 ⁻²	9.80665×10 ⁴	0.980665	1	14.2233	0.9678	735.559	10
6.895×10 ⁻³	6895	0.06895	0.070307	1	0.06805	51.71	0.7031
0.101325	101325 (1013.25hPa)	1.01325	1.0332	14.696	1	760	10.332
1.33332×10 ⁻⁴	133.32	0.0013332	1.35951×10 ⁻³	0.01934	0.001316	1	0.0135951
9.8065×10 ⁻³	9806.65	0.0980665	0.1	1.4223	9.678×10 ⁻²	73.5559	1

4. 力の単位（重力の加速度 $g=9.807\text{m/s}^2$ とする）

	ニュートン (SI 単位) N	重量キログラム kgf	重量ポンド lbf
1N	$1(\text{kg})\times 1(\text{m/s}^2)$	$1(\text{kg}\cdot\text{m/s}^2)/9.80665(\text{m/s}^2)=0.101972(\text{kgf})$	0.2248 lbf
1kgf	9.80665 (N)	$1(\text{kg})\times 9.80665(\text{m/s}^2)$	2.2046 lbf
1lbf	4.448 N	0.4536 kgf	$1(\text{lb})\times 9.80665(\text{m/s}^2)$

5. 粘度の単位

5-1. 粘度・絶対粘度

Pa·s	mPa·s	P	cP	kgf·s/m ²	lbf·s/in ²
1	1×10^3	1×10	1×10^3	1.0197×10^{-1}	1.4504×10^{-4}
1×10^{-3}	1	1×10^{-2}	1	1.0197×10^{-1}	1.4504×10^{-7}
1×10^{-1}	1×10^2	1	1×10^2	1.0197×10^{-1}	1.4504×10^{-5}
1×10^{-3}	1	1×10^{-2}	1	1.0197×10^{-1}	1.4504×10^{-7}
9.8067	9.8067×10	9.8067×10^3	9.8067×10	1	1.4223×10^{-3}
6.8948×10^3	6.8948×10^6	6.8948×10^4	6.8948×10^6	7.0307×10	1

5-2. 動粘度

m ² /s	m ² /s St	mm ² /s cSt
1	1×10^4	1×10^6
1×10^{-4}	1	1×10^2
1×10^{-6}	1×10^{-2}	1

6. ギリシャ文字

大文字	小文字	英語表記	読み方	大文字	小文字	英語表記	読み方
A	α	alpha	アルファ	N	ν	Nu	ニュー
B	β	beta	ベータ	Ξ	ξ	xi	グザイ
Γ	γ	gamma	ガンマ	O	o	omicron	オミクロン
Δ	δ	delta	デルタ	Π	π	pi	パイ
E	ϵ	epsilon	イプシロン	P	ρ	rho	ロー
Z	ζ	zeta	ツエータ	Σ	σ	sigms	シグマ
H	η	eta	イータ	T	τ	tau	タウ
Θ	θ	theta	シータ	Y	υ	upsilon	ウプシロン
I	ι	iota	イオタ	Φ	φ	phi	ファイ
K	κ	kappa	カッパ	X	χ	chi	カイ
Λ	λ	lambda	ラムダ	Ψ	ψ	psi	プサイ
M	μ	mu	ミュー	Ω	ω	omega	オメガ

【計算例】

1. 片持ちはりの計算例

図-Aに示す片持ちはりの根元に生じる応力 σ と先端のたわみ δ を求める。

ここで、はりには外径 $\phi 33$ のSUS304丸棒とし、

材料密度 $\rho_m : 7980 \text{ kg/m}^3$

縦弾性係数 $E : 195000 \text{ N/mm}^2$

であるとする。

(1) はりに加わる荷重

はりに加わる荷重は自重分の当分布荷重で、 $w \text{ N/m}$ とすれば、その値は下式で表される。

g : 重力の加速度 m/s^2

$$w = \rho \times g \times \pi/4 \times D^2$$

$$= 7980 \times 9.80665 \times \pi/4 \times 0.033^2 = 66.93 \text{ N/m}$$

断面2次モーメント

$$I = \pi/64 \times D^4 = \pi/64 \times 0.033^4 = 5.82 \times 10^{-8} \text{ m}^4$$

先端のたわみ量 $\delta \text{ m}$ 機械工学便覧より

$$\delta = \frac{w \cdot L^4}{8 \cdot E \cdot I} = \frac{66.93 \times 2^4}{8 \times 195 \times 10^9 \times 5.82 \times 10^{-8}}$$

$$= 0.011795 \text{ m}$$

$$= 11.8 \text{ mm}$$

(2) 根元の曲げモーメント M 機械工学便覧より

$$M = \frac{w \cdot L^2}{2} = \frac{66.93 \times 2^2}{2}$$

$$= 133.86 \text{ N} \cdot \text{m}$$

断面係数 Z は

$$Z = \frac{\pi}{32} D^3 = \frac{\pi}{32} 0.033^3$$

$$= 3.528 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

根元の曲げ応力 $\sigma \text{ N/mm}^2$

$$\sigma = M/Z = 133.86 / 3.528 \times 10^{-6} = 37.18 \times 10^6 \text{ N/m}^2$$

$$= 37.94 \text{ N/mm}^2$$

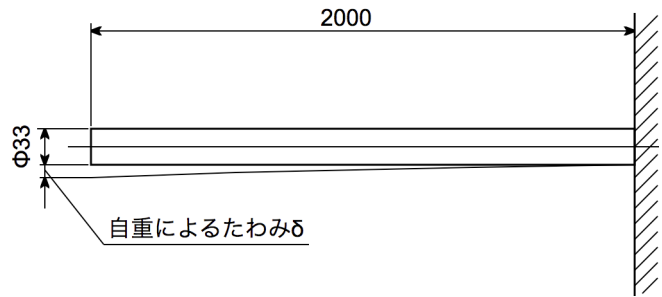


図-A 片持ちはり

2. 流体中の円柱に働く力

図-Bに示す円柱が、流速 $V \text{ m/s}$ の流対中に曝されていた場合に円柱に働く力を計算する。ここで、円柱は外径 $\phi 25$ のSUS304丸棒とし、

材料密度 $\rho_m : 7980 \text{ kg/m}^3$

縦弾性係数 $E : 183000 \text{ N/mm}^2$

流体は水とし、

流速： 3 m/s

温度： 200°C

圧力： 5 MPa

であるとする。

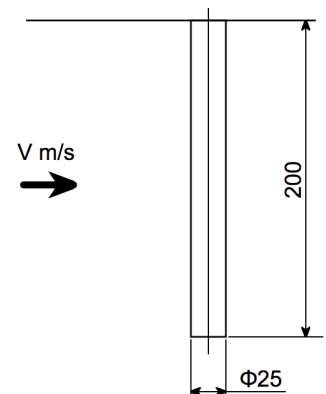


図-B 流体中の円柱

(1) 流体による力

流体により、円柱が受ける力 F (N) は本文中の式 (2) で表される。流速は全長にわたって均一に加わる物とした。

$$F = C_D \frac{\rho_f}{2} V^2 \cdot A$$

ここで、

C_D : 抗力係数 0.6 (以下の理由による)

Re 数から、抗力係数を求める。

5MPa、200°Cにおける水の粘度 μ と密度 ρ は蒸気表から

$$\mu = 0.135 \text{ mP}\cdot\text{s} \quad (0.000135\text{Pa}\cdot\text{s})$$

$$\rho = 868.4 \text{ kg/m}^3$$

動粘度 ν は $\nu = \mu/\rho$ で表されるので、

Re 数は

$$Re = \frac{V \cdot D}{\nu} = \frac{V \cdot D \cdot \rho}{\mu} = \frac{3 \times 0.025 \times 868.4}{0.000135}$$

$$= 4.82 \times 10^5$$

よって、図-4 から $C_D=0.6$ とした。

A : 円柱の投影面積 m^2

ρ_f : 流体密度 868.4 kg/m^3

従って、

$$F = 0.6 \times \frac{868.4}{2} \cdot 3^2 \times 0.025 \times 0.2$$

$$= 11.725 \text{ N}$$

(2) 流体により受ける応力

円柱が F (N) の力を受けた時に、円柱の根元に働く応力を評価。

通常、根元に働く応力 σ は下式で表される。

$$\sigma = \frac{M}{Z}$$

M : 曲げモーメント $\text{kg}\cdot\text{m}$

Z : 断面係数 m^3

ここで、流速による力は、等分布加重の合計であるため、円柱の中心部に集中して加わる力と考えることが出来る。曲げモーメントは $M = F \times L/2$ であらわされる。

従って、根元に働く応力は

$$\sigma = \frac{F \times \frac{L}{2}}{\frac{\pi}{32} D^3} = \frac{11.725 \times \frac{200}{2}}{\frac{\pi}{32} 25^3}$$

$$= 0.76 \text{ N/mm}^2$$

この応力が、材料の許容応力以下であれば使用可能と判定できる。

通常、許容応力は「高圧ガス保安法 特定設備検査規則」に規定されている値を採用する。

3. 流対中の円柱の振動

図-Bに示す流対中の円柱の後流には、渦が出来る。流体条件によって出来る渦の種類は異なるが、その渦により円柱の前後又は左右に圧力差が生じることで、円柱に渦数に比例した繰り返しの力が加わ

り、円柱の固有振動数と一致した場合に共振等の現象を起こす。以下に、円柱の固有振動数 f_n を計算し、円柱の後流に発生する渦（カルマン渦）数 f_s との共振が生じないか検証する。

(1) 固有振動数 f_n と強制振動数 f_s の計算

本文に示した式（6）に示す計算式で、円柱の固有振動数が計算できる。

$$\begin{aligned} f_n &= \frac{\lambda^2}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{E \cdot I}{w \cdot A_s}} \cdot 10^{12} \\ &= \frac{1.875^2}{2\pi \times 200^2} \sqrt{\frac{183 \times 10^3 \cdot \frac{\pi}{64} \times 25^4}{7980 \cdot \frac{\pi}{4} \times 25^2}} \cdot 10^{12} \\ &= 1.399 \times 10^{-5} \times 29.93 \times 10^6 = 418.7 \text{ Hz} \end{aligned}$$

強制振動数は式（3）で計算できる。

$$\begin{aligned} f_s &= \frac{St \cdot V}{D} \\ &= \frac{0.21 \times 3}{0.025} \\ &= 25.2 \text{ Hz} \end{aligned}$$

振動比 $f_s/f_n = 0.06 < 0.2$ となり、使用可能な条件となる。

【注記 1】

流体密度が小さいガス又は蒸気の場合は、固有振動数 f_n と強制振動数 f_s が一致しないように $f_s/f_n < 0.8$ で使用可能とするが、流体密度が大きな液体の場合は対称渦による共振を考慮して $Vr < 1$ の条件とほぼ同等である $f_s/f_n < 0.2$ で使用可能とする。

【注記 2】

式（6）中の単位を合わせる手法を紹介する。

$$f_n = \frac{\lambda^2}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{E \cdot I}{w \cdot A_s}} \cdot 10^{12}$$

それぞれの記号を上式で使われる単位として、単位のみ計算し、 f_n Hz (1/s) となることを確認。

$$\frac{1}{\text{mm}^2} \sqrt{\frac{\frac{N}{\text{mm}^2} \cdot \text{mm}^4}{\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \text{mm}^2}}$$

$$\text{ここで、} N = \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2}$$

$$m = 10^3 \text{ mm}$$

$$\frac{1}{\text{mm}^2} \sqrt{\frac{\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \frac{1}{\text{mm}^2} \cdot \text{mm}^4}{\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \text{mm}^2}} = \frac{1}{\text{mm}^2} \sqrt{\frac{\text{kg} \cdot 10^3 \text{ mm} \frac{1}{\text{s}^2} \cdot \text{mm}^4}{(\frac{\text{kg}}{(10^3 \text{ mm})^3}) \cdot \text{mm}^2}}$$

$$= \frac{1}{\text{mm}^2} \sqrt{\frac{\text{kg} \cdot 10^3 \text{ mm} \frac{1}{\text{s}^2} \cdot \text{mm}^4}{\frac{\text{kg}}{10^9 \text{ mm}^3} \cdot \text{mm}^2}} = \frac{1}{\text{mm}^2} \sqrt{\frac{\text{kg} \cdot 10^3 \text{ mm} \cdot \text{mm}^4 \cdot 10^9 \text{ mm}^3}{\text{s}^2 \cdot \text{mm}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{mm}^2}} = \frac{1}{\text{mm}^2} \sqrt{\frac{10^{12} \text{ mm}^8}{\text{s}^2 \cdot \text{mm}^4}}$$

$$= \frac{1}{\text{mm}^2} \sqrt{\frac{10^{12} \text{ mm}^4}{\text{s}^2}} = \frac{1}{\text{s}} \sqrt{10^{12}}$$

以上から、単位は 1/s となり、乗数として 10^{12} が平方内に残ることが確認できた。

4. 完全ガスの計算

ガスの流量は標準状態での流量である、 Nm^3/h で与えられることが多い。この場合、実使用条件での流量に換算して、流速を求める。下記の条件の場合、実使用条件での流量はボイル-シャルルの法則から

流量 Q_N : $100,000 \text{ Nm}^3/\text{h}$

圧力 P_O : 4 MPa

標準状態 P_N : 0 MPa

$P = P_N + P_O$

温度 T_O : 300°C

標準状態 T_N : 0°C (273.15K)

$T = T_N + T_O$

$$Q = Q_N \times \frac{P_N \times T}{P \times T_N} = 1000000 \times \frac{101325 \times (273.15 + 300)}{(4 \times 10^6 + 101325) \times (273.15)}$$

$$= 1000000 \times \frac{101325 \times 573.15}{4101325 \times 273.15}$$

$$= 5183.94 \text{ m}^3/\text{h}$$

配管内径 : $\phi 574.6$ とした場合の流速は下式 A:配管内径断面積 (m^2)

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{5183.94}{\frac{\pi}{4} \times 0.5746^2}$$

$$= 19991.2 \text{ m/h}$$

$$= 5.55 \text{ m/s}$$

容積流量を与えられた場合は、流体密度が不明でも流速は計算可能。